Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
1º Cuatrimestre 2009	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Segunda Oportunidad.	Tema 1	Nota
Padrón	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. Considerando el sistema de ecuaciones A.X = B; la matriz S correspondiente a la factorización por Cholesky de A y la solución Xch hallada con dicho método; los vectores inicial X0 y de primera aproximación X1 del método de Jacobi; se pide:

$$A=\begin{vmatrix} 900 & 60 & 3 \\ A21 & A22 & A23 \\ A31 & A32 & 2 \end{vmatrix} \quad S=\begin{vmatrix} 30 & 0 & 0 \\ S21 & 5 & 0 \\ 0.1 & 1.4 & S33 \end{vmatrix} \quad B=\begin{vmatrix} B1 \\ 1070 \\ B3 \end{vmatrix} \quad X0jb=\begin{vmatrix} 0.6 \\ 1 \\ -20 \end{vmatrix} \quad X1jb=\begin{vmatrix} 2 \\ 40.621 \\ 133 \end{vmatrix} \quad Xch=\begin{vmatrix} 0.95 \\ 9.9 \\ 101 \end{vmatrix}$$

a) Obtener los elementos faltantes de las matrices A y S, utilizando al menos dos ecuaciones de factorización.
b) Obtener los datos faltantes del vector B1 y B3 utilizando las ecuaciones del método de Jacobi.
c) Realizar un refinamiento iterativo de la solución Xch propuesta.
d) Si la norma infinito de la inversa de A es $||A^{-1}||$= 43.178, calcule el número de condición de A.
e) ¿Qué puede decir sobre la condición de la matriz A? ¿Podría asegurar la convergencia del método Jacobi en este caso?

Ejercicio 2. A partir de los datos de la tabla se ha calculado parte de la matriz del método SPLINE, parte de la de Ajuste Polinómico por Cuadrados Mínimos, algunas Diferencias Divididas del método de Newton, y el coeficiente de peso W del punto X2, por el método de Lagrange Baricéntrico utilizando 4 puntos.

i	0	1	2	3	4	5	6
X	X0	X1	X2	X3	X2	X3	X0
Y	4	Y1	Y2	Y3	8.1	8.8	4.1

$$A=\begin{vmatrix} - & - & 0 & 0 \\ - & - & 1 & 0 \\ 0 & - & - & 2 \\ 0 & 0 & - & - \end{vmatrix} \qquad A=\begin{vmatrix} 7 & 27 \\ 27 & - \end{vmatrix}$$

W2,4p= -0.25

F(X0,X1)= 2.0
F(X0,X1,X2)= 0.0
F(X1,X2,X3)= -0.5

a) Determinar cuántos puntos se han utilizado para las matrices de Spline y Cuadrados Mínimos, indicando en cada caso el grado y la cantidad de polinomios (o segmentos) que implica el método
b) Sin utilizar los datos del método de Newton, calcular los valores X0, X1, X2 y X3.
c) Armar el polinomio $P_N(X)$ de Newton utilizando Diferencias Progresivas.
d) Obtener una aproximación del valor de X para el cual $P_N(X)$=9.25, en el intervalo [4.35, 7.28], utilizando una tolerancia absoluta de 10^{-3}. Si no lo obtuvo, use $P_N(X) = 9 + 0.5 (X-6) – 0.5 (X-6)(X-4) – 0.125 (X-6)(X-4)(X-2)$
e) ¿Podría aumentar el grado del polinomio de Lagrange Baricéntrico o de Newton utilizando otros puntos de esta tabla? ¿Podría aumentar el grado del polinomio de Ajuste por Cuadrados Mínimos? Justificar.

Ejercicio 3. La cota del error absoluto total del método del punto medio de integración numérica ($A = 2h\cdot y_0$) está dada por la siguiente expresión:

$$e_A = A\cdot\left[\frac{|e_h|}{|h|} + \frac{|e_{y_0}|}{|y_0|} + \mu_1\right] + \left|\frac{f^{<2>}(\xi)}{3}\right| h^3 .$$

Determine los coeficientes C_p y T_e, e indique qué representa el término adicional.

____

Firma

Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
1º Cuatrimestre 2009	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Segunda Oportunidad.	Tema 2	Nota
Padrón	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. Considerando el sistema de ecuaciones A.X = B; la matriz S correspondiente a la factorización por Cholesky de A y la solución Xch hallada con dicho método; los vectores inicial X0 y de primera aproximación X1 del método de Jacobi; se pide:

$$A=\begin{vmatrix} 900 & 60 & 3 \\ A21 & A22 & A23 \\ A31 & A32 & 2 \end{vmatrix} \quad S=\begin{vmatrix} 30 & 0 & 0 \\ S21 & 6 & 0 \\ 0.1 & 1.4 & S33 \end{vmatrix} \quad B=\begin{vmatrix} B1 \\ 1320 \\ B3 \end{vmatrix} \quad X0jb=\begin{vmatrix} 0.8 \\ 1 \\ -20 \end{vmatrix} \quad X1jb=\begin{vmatrix} 2 \\ 36.1 \\ 139 \end{vmatrix} \quad Xch=\begin{vmatrix} 0.95 \\ 9.9 \\ 101 \end{vmatrix}$$

f) Obtener los elementos faltantes de las matrices A y S, utilizando al menos dos ecuaciones de factorización.
g) Obtener los datos faltantes del vector B1 y B3 utilizando las ecuaciones del método de Jacobi.
h) Realizar un refinamiento iterativo de la solución Xch propuesta.
i) Si la norma infinito de la inversa de A es $||A^{-1}||$= 41.159, calcule el número de condición de A.
j) ¿Qué puede decir sobre la condición de la matriz A? ¿Podría asegurar la convergencia del método Jacobi en este caso?

Ejercicio 2. A partir de los datos de la tabla se ha calculado parte de la matriz del método SPLINE con frontera sujeta, parte de la de Ajuste por Cuadrados Mínimos, algunas Diferencias Divididas del método de Newton, y el coeficiente de peso W del punto X2, por el método de Lagrange Baricéntrico utilizando 4 puntos.

i	0	1	2	3	4	5	6
X	X0	X1	X2	X3	X2	X3	X0
Y	4	Y1	Y2	Y3	8.1	8.8	4.1

$$A=\begin{vmatrix} - & - & 0 & 0 \\ - & - & - & 0 \\ 0 & 1 & - & 2 \\ 0 & 0 & - & - \end{vmatrix} \qquad A=\begin{vmatrix} 7 & 34 \\ 34 & - \end{vmatrix}$$

W2= -0.250

F(X0,X1)= 2.00
F(X0,X1,X2)= 0.00
F(X1,X2,X3)= -0.50

f) Determinar cuántos puntos se han utilizado para las matrices de Spline y Cuadrados Mínimos, indicando en cada caso el grado y la cantidad de polinomios (o segmentos) que implica el método
g) Sin utilizar los datos del método de Newton, calcular los valores X0, X1, X2 y X3.
h) Armar el polinomio $P_N(X)$ de Newton utilizando Diferencias Progresivas.
i) Obtener una aproximación del valor de X para el cual $P_N(X)$=9.25, en el intervalo [4.35, 7.28], utilizando una tolerancia absoluta de 10^{-3}. Si no lo obtuvo, use $P_N(X) = 9 + 0.5 (X-7) – 0.5 (X-7)(X-5) – 0.125 (X-7)(X-5)(X-4)$
j) ¿Podría aumentar el grado del polinomio de Lagrange Baricéntrico o de Newton utilizando otros puntos de esta tabla? ¿Podría aumentar el grado del polinomio de Ajuste por Cuadrados Mínimos? Justificar.

Ejercicio 3. La cota del error absoluto total del método del trapecio de integración numérica ($A=\frac{h}{2}\left[y_0+y_1\right]$) está dada por la siguiente expresión:

$$e_A = A\cdot\left\{\left[\frac{|e_{y_0}|+|e_{y_1}|}{|y_0+y_1|}+\frac{|e_h|}{h}\right]+\left[\mu_1+\mu_2+\mu_3\right]\right\}+\left|\frac{f^{<2>}(\xi)}{12}\right|h^3.$$

Determine los coeficientes C_p y T_e, e indique qué representa el término adicional.

Firma